Kvantifikácia beta koeficientov CAPM pri využití denných časových radov

*Vladimír GAZDA**

Úvod

Capital Assert Pricing Model (CAPM) je model, ktorý sa používa na oceňovanie kapitálových aktív. Pri kvantifikácii modelu sa vychádza z dlhších časových radov, čo v slovenských podmienkach nie je z dôvodu častých legislatívnych zmien, finančnej nestability podnikov a podstatných zmien vlastníckych vzťahov zatiaľ možné. Z tohto dôvodu v príspevku[1] analyzujeme možnosti kvantifikácie CAPM akcií slovenských akciových spoločností pri využití krátkych denných časových radov. Hľadáme odpoveď na otázku vhodnej voľby dĺžky časového radu a analyzujeme sezónne vplyvy v rámci týždňa na kvantifikáciu beta koeficientov.

Modelovaniu vzťahu medzi výnosom a rizikom sa vo finančných teóriách venuje značná pozornosť. H. Markowitz [20] prichádza s koncepciou efektívneho portfólia akcií. To je kompromisom voľby medzi očakávanou výnosnosťou portfólia a jeho rizikom, ktoré je reprezentovaným rozptylom výnosnosti. J. Tobin [28] modifikuje efektívne portfólio zahrnutím aktíva s bezrizikovou výnosnosťou, čo v jeho koncepcii vyúsťuje do formulácie priamky kapitálového trhu (*Capital Market Line*). W. Sharpe [27] a J. Lintner [17] z existencie Markowitzovej množiny prípustných portfólií odvodzujú model ekonomickej rovnováhy, známy ako *model ocenenia kapitálových aktív* CAPM. Ukázali, že ak za určitých predpokladov investori vlastnia efektívne portfóliá, potom trhové portfólio (dané skladbou všetkých rizikových aktív na trhu) je tiež efektívne. Výnosnosť trhového portfólia a bezrizikového aktíva je preto určujúca pri stanovení výnosnosti, a teda aj ceny každého individuálneho aktíva.

Nedostatok základného modelu spočíva v tom, že chyba modelu je zaťažovaná systematickou zložkou, ktorú ovplyvňuje niekoľko faktorov. K nim patrí napríklad zdaňovanie dividend, ktoré analyzovali M. Brennan [4] a J. Longom [19]. Takzvaný *januárový efekt*, t. j. keď výnosnosti akcií v januári sú vyššie ako v ostatných mesiacoch roka, objavil D. B. Keim [15]. Vplyv veľkosti akciovej spoločnosti na kvantifikáciu beta koeficientov skúmali E. Fama a K. French [7].

---

* Ing. Vladimír GAZDA, PhD., Ekonomická univerzita v Bratislave, Podnikovohospodárska fakulta, Katedra ekonómie, Tajovského 11, 040 00 Košice

[1] Príspevok bol napísaný s podporou projektu VEGA č.1/8058/01.

Pretrvávajúca prítomnosť systematickej chyby v empirických testoch CAPM viedla k niektorým modifikáciám základného modelu. Išlo o akceptáciu reálnych výnosností (*Lintnerova verzia*), zohľadnenie zdanenia (*Brennanova verzia*) a budúcich investičných príležitostí (*Mertonova verzia*). Neskôr sa do CAPM zabudoval aj tretí moment rozdelenia výnosností (*Rubinsteinova verzia*) a transakčné náklady (*Levyho verzia*). K novším prístupom patrí zohľadnenie investorovej preferencie k spotrebe (*Breedenova verzia*), segmentácia trhov (*Mertonova verzia*), resp. *Markowitzovo obmedzenie špekulatívnych predajov.*

Revolučným prístupom k oceňovaniu kapitálových aktív sa ale stala *teória arbitrážneho oceňovania* (APT), ktorá bola prínosom S. Rossa [26] a ktorá sa považovala za alternatívu CAPM.

Teória arbitrážneho oceňovania je všeobecnejšia, keďže umožňuje modelovanie viacerých rizikových faktorov. Výhodou tohto prístupu je aj to, že nevyžaduje identifikáciu trhového portfólia. Nevýhodou môže byť to, že voľba faktorov nie je vo všeobecnosti podložená kauzálnou deduktívnou analýzou. Na Slovensku sa uvedenou problematikou zaoberá V. Mlynarovič [22; 23].

Pri kvantifikácii CAPM sa najčastejšie vychádza z mesačných výnosností cenných papierov. Slovenský kapitálový trh však v minulosti prechádzal mnohými koncepčnými zmenami a bol zaťažovaný mnohými externými zásahmi, ktoré vyvolávajú určitú nestabilitu regresorov a tým aj nestabilitu beta koeficientov. V predkladanom príspevku prezentujeme kvantifikáciu beta koeficientov z denných údajov, pričom poukazujeme na problémy, s ktorými je tento postup spojený. Zároveň zisťujeme, či systematická chyba modelu nie je spôsobená sezónnosťou v rámci týždňa.

V druhej časti sa venujeme popisu údajovej základne a niektorým deskriptívnym štatistikám vývoja výnosností cenných papierov. Osobitnú pozornosť venujeme analýze sezónnosti výnosností burzového indexu v rámci určitého dňa v týždni. V tretej časti čitateľa oboznamujeme s CAPM. Štvrtá časť je venovaná empirickým výsledkom, ktoré sú potom zhrnuté v závere.

1. Údajová základňa

Pri výskume sme použili databázu RM-Systému Slovakia, a. s. Údaje sú z obdobia 1. 1. 1995 – 30. 4. 1996. Ostatné údaje sme zo spracovania z dôvodu nízkej likvidity RM-Systému a neštandardných privatizačných postupov vylúčili. Na spracovanie sme vybrali ceny akcií podnikov Všeobecná úverová banka, a. s., VSŽ, a. s., Nafta Gbely, a. s., Slovakofarma, a. s. a Jacobs Suchard Figaro, a. s., ktoré v uvedenom období vykazovali vysokú likviditu a v cenovom vývoji nevykazovali mimoriadne anomálie. Vychádzali sme z nespojitého merania výnosnosti akcie.

Výnosnosť akcie[2] v priebehu k dní sme potom vypočítali pomocou vzťahu[3]

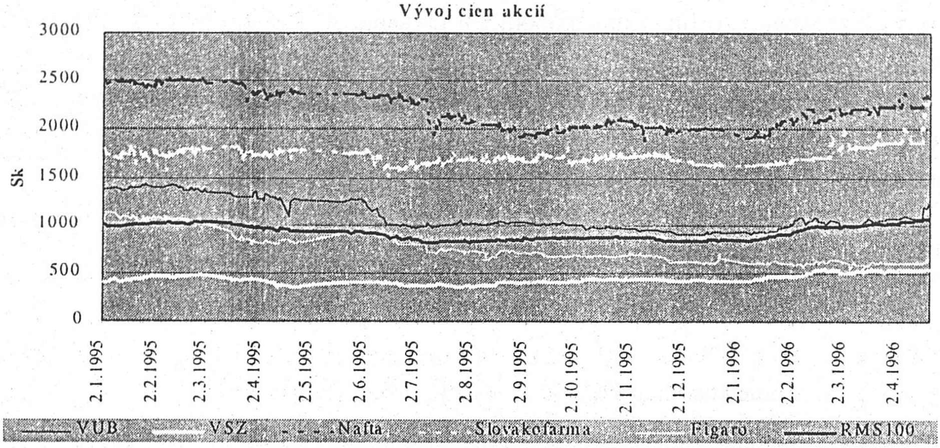
$$r_{it,k} = \frac{(P_{it} - P_{it-k})}{P_{it-k}}$$

kde

P_{it}, P_{it-k} – cena akcie i-tej akciovej spoločnosti v období t, resp. v období t-k.

Obrázok 1

Vývoj cien zvolených akcií a vývoj burzového indexu



Ako burzový index sme použili index RMS100. Výnosnosť burzového indexu v období t, dosiahnutá za posledných t-k období, je daná vzťahom

$$r_{t,k} = \frac{(I_t - I_{t-k})}{I_{t-k}}$$

kde

I_t, I_{t-k} – hodnota burzového indexu v období t, resp. v období $t - k$.

Bezrizikovú výnosnosť reprezentovali údaje o štátnych pokladničných poukážkach a pokladničných poukážkach Národnej banky Slovenska emitovaných v uvedenom období. Formou váženého aritmetického priemeru sme vypočítali priemernú úrokovú sadzbu na medzibankovom trhu, ktorú sme ďalej považovali za bezrizikový výnos.[4]

[2] V slovenskej literatúre sa používa aj pojem *výnos*. My uprednostníme pojem *výnosnosť*, ktorý lepšie vyjadruje relatívny charakter ukazovateľa.

[3] Za predpokladu spojitého merania výnosnosti sa vychádza zo vzťahu $r_{it,k} = ln(p_{it})/ln(p_{it-k})$.

[4] Pozri www.nbs.sk

Nami vypočítaná priemerná ročná úroková sadzba bola 5,55 %; k-denná bezriziková výnosnosť $r_{0t,k}$ potom je

$$r_{0t,k} = (1{,}0555)^{\frac{k}{360}}$$

a v ďalšej analýze sa predpokladá, že v čase t je konštantná.

2. Autoregresívny charakter časového radu výnosností cenných papierov

Na autoregresívny charakter výnosností amerických akcií upozorňuje už E. Fama [8] a jeho využitie vo finančnej ekonometrii popisuje A. Pagan [24]. Okrem toho na problém heteroskedasticity vo vývoji nesystematickej zložky výnosností cenných papierov poukazujú T. Bollerslev, R. Chou a K. Kroner [2]. Uvedené vlastnosti umožňujú efektívne využiť modely ARIMA používané G. Boxom a G. Jenkinsom [3], resp. metodológiu GARCH, ktorú používa Bollerslev, resp. R. F. Engle [6].

Pri testovaní stacionarity burzového indexu RMS100 sme použili Phillipsov-Perronov test. Je to t-test nulovej hypotézy $c_1 = 0$ v regresnej rovnici

$$\left(r_{t,k} - r_{t-1,k}\right) = c_0 + c_1 r_{t-1,k} + u_t$$

kde

c_0, c_1 – regresné koeficienty a u_t je náhodná zložka v čase t.

V našom prípade sme zamietli nulovú hypotézu o nestacionárnosti časového radu na strednú hodnotu na 1 %-nej hladine významnosti.

Pri testovaní náhodnosti vývoja výnosností akcií, resp. burzového indexu sa používa autokorelačná funkcia ρ_j, ktorá má tvar

$$\rho_j = \rho\left(r_t; r_{t-j}\right)$$

kde

$\rho_j(.)$ – koeficient autokorelácie medzi výnosnosťou akcie (indexu) v t-tom období a výnosnoťou akcie (indexu) v období $t-j$.

Keďže predpokladáme stacionárny proces, funkcia $\rho_j(.)$ nezávisí od voľby konkrétneho časového obdobia t, ale len od veľkosti posunu j.

Štatistickú významnosť koeficientov autokorelácie v autokorelačnej funkcii testujeme pomocou tzv. Ljungovej-Boxovej Q štatistiky, kde na testovanie j-tého koeficientu autokorelácie v autokorelačnej funkcii slúži

$$Q_j = n(n+2)\sum_{i=1}^{j} \frac{\hat{\rho}_i^2}{n-i}$$

kde

n – počet pozorovaní,

$\hat{\rho}_i$ – odhad koeficientu autokorelácie. Štatistika má rozdelenie c^2 s j stupňami voľnosti.

3. Pokiaľ všetky koeficienty autokorelácie sú štatisticky nevýznamné, výnosnosť sa riadi procesom bieleho šumu. Odhad autokorelačnej funkcie výnosností burzového indexu RMS100 je uvedený v tabuľke 1.

T a b u ľ k a 1

Autokorelačná funkcia výnosností burzového indexu RMS100

Posun	Autokorelačná funckia	Q-štatistika	P-hodnota
1	-0.155	7.701	0.006
2	0.076	9.563	0.008
3	0.040	10.073	0.018
4	0.024	10.260	0.036
5	0.171	19.755	0.001
6	0.083	21.988	0.001
7	0.026	22.206	0.002
8	0.025	22.416	0.004
9	0.003	22.419	0.008
10	0.064	23.779	0.008
11	-0.015	23.852	0.013

Pri analýze priebehu autokorelačnej funkcie môžeme konštatovať, že na základe významnosti Ljungovej-Boxovej štatistiky (tá je daná p-hodnotou) existuje významná závislosť medzi výnosmi akcií susedných období. Autokorelačné koeficienty s posunom 2, 3 a 4 dni postupne klesajú, pričom nárast zaznamená autokorelačný koeficient s posunom o 5 dní. Ten narastie na hodnotu 0,171; pritom je spojený s poklesom p-hodnoty. Mohlo by to znamenať sezónnosť výnosností akcií v rámci týždňa. Podotknime, že R. P. Kamath, R. Chakornpipat, A. Chatrath [13] a D. K. Pearce [25] pri analýze, ázijských, resp. amerických akciových indexov s použitím podobnej analýzy konštatujú významnosť autokorelačného koeficientu výnosov s posunom o 1 obdobie. Významnosť koeficientov vyššieho rádu neskúmajú. Fama skúma štatistickú významnosť autokorelačných koeficientov denných výnosností 30 amerických akcií. K nárastu koeficientu autokorelácie s posunom o 5 období oproti koeficientu autokorelácie s posunom o 4 obdobia došlo len v 17 prípadoch, čo nemožno považovať za systematický jav. Autokorelačnú funkciu výnosností jednotlivých cenných papierov nebudeme skúmať osobitne, pretože nami vybrané cenné papiere majú podstatné zastúpenie v burzovom indexe.

3. Sezónny vývoj výnosností cenných papierov v rámci týždňa

Vývoj výnosností cenných papierov v rámci určitých dní v týždni nie je rovnomerný. Takzvaný *víkendový efekt* objavil K. R. French [9] a M. R. Gibbons spolu s P. Hessom [11] a ďalej ho pozorovali D. B. Keim a R. F. Stambaugh [14], spolu s J. Lakonishokom a S. Smidtom [16], ktorí tvrdia, že pondelkové výnosnosti sú záporné a v priemere nižšie ako v ostatných dňoch v týždni a v poslednom obchodovanom dni v týždni majú tendenciu byť kladné. Z novších analýz podobného zamerania spomeňme analýzy od Kamatha, Chakornpipata a Chatratha [13] a Pearceho [25], ktoré sú podporené metodológiou GARCH analýzy časových radov, ktoré ale nevyvrátili závery citovaných predchodcov.

Chakornpipat a Chatrath [13] pri analýze vplyvu dňa v týždni na výnosnosť burzového indexu kvantifikujú regresnú rovnicu, v ktorej ako regresory vystupujú umelé (*dummy*) premenné, ktoré označujú deň v týždni. Kvantifikujme preto aj my rovnicu[5]

$$r_{t,k} = d_1 M_t + d_2 TU_t + d_3 W_t + d_4 TH_t + d_5 F_t + d_6 r_{t-1,k} + u_t \qquad (1)$$

kde

M_t TU_t W_t TH_t F_t – umelé premenné nadobúdajúce hodnotu 1, ak obdobie t je pondelok, utorok, streda, štvrtok alebo piatok a 0 v inom prípade;

u_t – náhodná zložka.

Výsledky sú uvedené v tabuľke 2.

Tabuľka 2

Analýza sezónneho efektu denných výnosností burzového indexu v rámci týždňa

Premenná	Odhad regresného koeficientu	Štandardná chyba	t-štatistika	P-hodnota
M – pondelok	–0.002321	0.001035	–2.241853	0.0257
TU – utorok	0.001487	0.001044	1.424064	0.1555
W – streda	–0.001258	0.001036	–1.214868	0.2254
TH – štvrtok	0.002765	0.001004	2.753893	0.0062
F – piatok	0.001141	0.001035	1.102667	0.2710
AR (1)	–0-149517	0.057660	–2.593074	0.0100
Koeficient determinácie	0.073723	F-štatistika	4.807311	
Durbinova-Watsonova štatistika	1.936450	P-hodnota (F štatistiky)	0.00303	

Z výsledkov vidíme, že štatisticky významý je regresný koeficient d_6. Okrem toho je štatisticky významný aj negatívny vplyv pondelka na výnosnosť burzového indexu a dosť prekvapivý je štatisticky významný pozitívny vplyv štvrtka, na rozdiel od očakávaného pozitívneho, ale štatisticky nevýznamného vplyvu piatka. Autokorelačná funkcia rezíduí z rovnice (1) ďalej nevykazovala významné hodnoty autokorelácie, a preto zamietame hypotézu o pretrvávajúcej autokorelácii náhodných zložiek z modelu (1). V ďalšom sa pokúsme o testovanie heteroskedasticity náhodných zložiek.

Výsledky testu sú uvedené v tabuľke 3.

[5] Do rovnice nezahrnieme absolútny regresný člen, pretože by vznikol problém multikolinearity.

Použijeme test ARCH, ktorý je založený na štatistickej významnosti regresnej rovnice

$$e_t^2 = c_0 + c_1 e_{t-1}^2 + \gamma_t \tag{2}$$

kde

e_t – rezíduá, ktoré získame po kvantifikácii rovnice (1),
c_0 a c_1 – regresné koeficienty
g_t – normálne rozdelená v čase nekorelovaná veličina s konštantným rozptylom a nulovou strednou hodnotou.

T a b u ľ k a 3

Testovanie štatistickej významnosti heteroskedasticity náhodných zložiek

Premenná	Odhad regresného koeficientu	Štandardná chyba	T-štatistika	P-hodnota
c_0	6.06E–05	7.47E–06	8.114576	0.0000
c_1	0.019890	0.059375	0.334984	0.7379
Koeficient determinácie	0.000379	F-štatistika	0.112214	
Durbinova-Watsonova štatistika	1.965199	P-hodnota (F-štatistiky)	0.737875	

Kvantifikovaný model (1) teda nevykazuje autokoreláciu, ani heteroskedasticitu rezíduí. Preto ho môžeme považovať za štatisticky významný, pričom jeho náhodná zložka nie je zaťažená systematickou chybou.

4. Model oceňovania kapitálových aktív (CAPM)

Model je založený na platnosti nasledovných predpokladov:

1. Investori ohodnocujú svoje portfóliá podľa ich očakávanej výnosnosti a rozptylu pri horizonte jedného obdobia.
2. Investori nie sú nikdy nasýtení. Ak si môžu vybrať medzi inak zhodnými portfóliami, vyberú si to, ktoré má vyššiu očakávanú výnosnosť.
3. Investori majú odpor k riziku a ak majú možnosť výberu medzi rovnakými portfóliami, vyberú si také, ktoré má najmenší rozptyl.
4. Jednotlivé aktíva sú nekonečne deliteľné, čo znamená, že investor môže kúpiť alebo predať ľubovoľný zlomok akcie.
5. Existuje jednotná bezriziková sadzba, pri ktorej môže investor požičiavať, alebo si požičiavať peniaze.
6. Dane a transakčné náklady sa zanedbávajú.
7. Všetci investori majú rovnaký investičný horizont.
8. Bezriziková sadzba je pre všetkých investorov rovnaká.
9. Informácie sú okamžite dostupné všetkým investorom.
10. Investori majú homogénne očakávania, čo znamená, že majú rovnaké odhady očakávaných výnosností, rozptylov a kovariancií výnosností cenných papierov.

Označme indexmi $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$ tých investorov, ktorí sú na trhu prítomní. Indexmi $i \in \{0, 1, 2, \ldots, m\}$ označíme potom všetky obchodované aktíva. Aktívum s indexom 0 predstavuje bezrizikové aktívum. Ostatné aktíva majú rizikový charakter.

Nech $\tilde{r} = \left(r_0, \tilde{r}_1, \tilde{r}_2, \ldots, \tilde{r}_m\right)^T$ je náhodný vektor popisujúci výnosnosti jednotlivých aktív. Prvá zložka vektora je deterministická veličina a ostatné zložky sú stochastické veličiny; $E(\tilde{r}) = \left(r_0, E(\tilde{r}_1), \ldots, E(\tilde{r}_m)\right)^T$ je vektor stredných hodnôt výnosností. Variančno-kovariančnú maticu výnosností označíme $C(\tilde{r})$. V súlade s desiatym predpokladom sú odhady stredných hodnôt, rozptylov a kovariancií objektívne a sú známe pre všetkých investorov.

Nech rozloženie trhového portfólia medzi investorov a jednotlivé druhy akcií popisuje matica M s rozmerom $(m+1) \times n$. Prvok matice w_{ij} reprezentuje hodnotu, ktorá bola j-tým investorom investovaná do i-tého aktíva. Znamená to, že riadky matice predstavujú rozloženie konkrétneho aktíva medzi jednotlivých investorov a stĺpce predstavujú skladbu portfólia jednotlivých investorov.

Skladba portfólia j-tého investora je teda daná vektorom

$$w_j = \left(w_{0j}, w_{1j}, \ldots, w_{mj}\right)^T \in R^{m+1}$$

V prípade bezrizikového cenného papiera záporný podiel znamená investorovo prijatie pôžičky a kladný podiel znamená poskytnutie pôžičky pri bezrizikovej výnosnosti. Záporný podiel v prípade rizikových aktív znamená ich predaj na krátko a kladný podiel znamená otvorenie dlhej pozície. Celkový podiel φ_j j-tého investora na trhovom portfóliu je potom

$$\varphi_j = \sum_{i=0}^{m} w_{ij}$$

alebo vo vektorovom vyjadrení $\varphi_j = w_j^T \mathbf{1}$, kde $\mathbf{1}$ je súčtový vektor, ktorého prvkami je zodpovedajúci počet jedničiek. Celkový podiel θ_i i-tej akcie na trhu sa dá potom vyjadriť vzťahom

$$\theta_i = \sum_{j=1}^{n} w_{ij}$$

Výnosnosť portfólia $\tilde{R}_j$ j-tého investora je stochastická veličina daná vzťahom $\tilde{R}_j = w_j^T \tilde{r}$. Jej stredná hodnota je $E\left(\tilde{R}_j\right) = w_j^T E(\tilde{r})$ a rozptyl $D\left(\tilde{R}_j\right) = w_j^T C(\tilde{r}) w_j$. Stredná hodnota predstavuje očakávanú hodnotu výnosnosti a rozptyl predstavuje riziko. Predpokladáme, že každý investor má úžitkovú funkciu v tvare $u_i\left(E\left(\tilde{R}_i\right), D\left(R_i\right)\right)$.[6] Nárast očakávanej výnosnosti potom zvyšuje úžitok investora a nárast rizika znižuje úžitok investora, teda platí

$$\frac{\partial u_j()}{\partial E\left(\tilde{R}_j\right)} > 0 \text{ a } \frac{\partial u_j()}{\partial D\left(\tilde{R}_j\right)} . < 0$$

Správanie j-tého investora maximalizujúceho úžitok a vytvárajúceho optimálnu skladbu portfólia w_j popíšeme modelom

$$\text{Max } u_j\left(E\left(\tilde{R}_j\left(w_j\right)\right), D\left(\tilde{R}_j\left(w_j\right)\right)\right) \tag{3}$$

$$w_j^T 1 = \varphi_j$$

čo je klasická úloha na hľadanie viazaného extrému. Lagrangeova funkcia má tvar

$$L_j\left(u_j\left(E\left(\tilde{R}_j\right), D\left(\tilde{R}_j\right)\right), \lambda_j\right) = u_j\left(E\left(\tilde{R}_j\right), D\left(\tilde{R}_j\right)\right) + \lambda_j\left(w_j^T 1 - \varphi_j\right)$$

Podmienky existencie extrému prvého rádu sú potom dané vzťahmi

$$\frac{\partial L_j()}{\partial w_j} = \frac{\partial u_j()}{\partial E\left(\tilde{R}_j\right)} \frac{\partial E\left(\tilde{R}_j\left(w_j\right)\right)}{\partial w_j} + \frac{\partial u_j()}{\partial D\left(\tilde{R}_j\right)} \frac{\partial D\left(\tilde{R}_j\left(w_j\right)\right)}{\partial w_j} + \lambda_j 1 = 0$$

$$\frac{\partial L_j()}{\partial \lambda_j} = w_j^T 1 = \varphi_j$$

Vyjadrením prvých derivácií očakávanej výnosnosti a disperzie portfólia dostaneme

$$\frac{\partial u_j()}{\partial E\left(\tilde{R}_j\right)} E\left(\tilde{R}_j\right) + 2 \frac{\partial u_j()}{\partial D\left(\tilde{R}_j\right)} C w_j + \lambda_j 1 = 0 \tag{4}$$

Rovnica (4) predstavuje súčet troch vektorov. Keďže varianečno-kovariančná matica má v prvom riadku nuly, pre prvé prvky vektorov bude platiť rovnica

$$\frac{\partial u_j()}{\partial E\left(\tilde{R}_j\right)} r_0 + 2 \frac{\partial u_j()}{\partial D\left(\tilde{R}_j\right)} 0^T w_j = -\lambda_j$$

a teda

$$-\lambda_j = \frac{\partial u_j()}{\partial E\left(\tilde{R}_j\right)} r_0$$

Spätným dosadením do (4) dostaneme vzťah

[6] Tento tvar úžitkovej funkcie platí vo väčšine prípadov len približne. Odvodenie uvedeného tvaru z formulovaného axiomatického systému možno nájsť napríklad v učebnici H. R. Variana [29, s. 172 – 190].

$$\frac{\partial u_j(.)}{\partial E(\tilde{R}_j)}E(\tilde{R})+2\frac{\partial u_j(.)}{\partial D(\tilde{R}_j)}Cw_j-\frac{\partial u_j(.)}{\partial E(\tilde{R}_j)}r_0\mathbf{1}=\mathbf{0}$$

Po niekoľkých elementárnych úpravách získame rovnicu

$$\frac{\partial u_j(.)}{\partial E(\tilde{R}_j)}\left(E(\tilde{R})-r_0\mathbf{1}\right)=-2\frac{\partial u_j(.)}{\partial D(\tilde{R}_j)}Cw_j$$

Pre i-té aktívum v držbe j-tého investora potom platí

$$\frac{\partial u_j(.)}{\partial E(\tilde{R}_j)}\left(E(\tilde{r}_i)-r_0\right)=-2\frac{\partial u_j(.)}{\partial D(\tilde{R}_j)}\sum_{k=0}^{n}cov(\tilde{r}_i,\tilde{r}_k)w_{jk}$$

Keďže uvedený vzťah platí pre všetky cenné papiere, pre pomery dvojíc rizikových cenných papierov $i,\ l\in\{1,\ 2,\ \ldots,\ m\}$ v držbe j-tého investora bude platiť[7]

$$\frac{\frac{\partial u_j(.)}{\partial E(\tilde{R}_j)}\left(E(\tilde{r}_i)-r_0\right)}{\frac{\partial u_j(.)}{\partial E(\tilde{R}_j)}\left(E(\tilde{r}_l)-r_0\right)}=\frac{-2\frac{\partial u_j(.)}{\partial D(\tilde{R}_j)}\sum_{k=0}^{n}cov(\tilde{r}_i,\tilde{r}_k)w_{jk}}{-2\frac{\partial u_j(.)}{\partial D(\tilde{R}_j)}\sum_{k=0}^{n}cov(\tilde{r}_l,\tilde{r}_k)w_{jk}}$$

Po vykrátení a nasledovnej úprave dostaneme vzťah, ktorý platí pre ľubovoľnú dvojicu rizikových aktív zastúpenú v portfóliu každého investora j maximalizujúceho úžitok

$$\frac{\sum_{k=0}^{m}cov(\tilde{r}_i,\tilde{r}_k)w_{jk}}{E(\tilde{r}_i)-r_0}=\frac{\sum_{k=0}^{m}cov(\tilde{r}_1,\tilde{r}_k)w_{jk}}{E(\tilde{r}_l)-r_0}\quad \text{kde } i,\ l\in\{1,\ 2,\ \ldots,\ m\}$$

Odhady kovariancií a stredných hodnôt sú objektívne hodnoty a sú teda pre všetkých investorov spoločné. Preto môžeme výrazy na oboch stranách rovnice agregovať za všetkých investorov, pričom dostaneme

$$\sum_{j=1}^{n}\frac{\sum_{k=0}^{m}cov(\tilde{r}_i,\tilde{r}_k)w_{jk}}{E(\tilde{r}_i)-r_0}=\sum_{j=1}^{n}\frac{\sum_{k=0}^{m}cov(\tilde{r}_l,\tilde{r}_k)w_{jk}}{E(\tilde{r}_l)-r_0}$$

Využijúc definíciu $\theta_k=\sum_{j=1}^{n}w_{jk}$ o hodnote celej emisie k-teho cenného papiera na celkovom portfóliu upravíme uvedený vzťah na tvar

[7] O pomere, v ktorom by bolo zahrnuté aj bezrizikové aktívum, nehovoríme, keďže výrazy, ktoré by sme dosadzovali do čitateľa alebo menovateľa pravej alebo ľavej strany rovnice, sú v prípade bezrizikového aktíva nulové.

$$\frac{\sum_{k=0}^{m}\theta_k cov(\tilde{r}_i, \tilde{r}_k)}{E(\tilde{r}_i)-r_0} = \frac{\sum_{k=0}^{m}\theta_k cov(\tilde{r}_l, \tilde{r}_k)}{E(\tilde{r}_l)-r_0}$$

Z toho vyplýva, že uvedené pomery sú konštantné, teda pre všetky cenné papiere platí

$$\frac{\sum_{k=0}^{m}\theta_k cov(\tilde{r}_i, \tilde{r}_k)}{E(\tilde{r}_l)-r_0} = c$$

Uvedenú rovnicu môžeme upraviť a rozšíriť činiteľom θ_l, pričom dostaneme vzťah

$$\sum_{k=0}^{m} cov(\tilde{r}_l, \tilde{r}_k)\theta_l\theta_k = c\left(E(\tilde{r}_l)\theta_l - r_0\theta_l\right) \quad (5)$$

čo platí pre všetky aktíva. Musí to teda platiť aj pre ich súčet

$$\sum_{l=0}^{m}\sum_{k=0}^{m} cov(\tilde{r}_l, \tilde{r}_k)\theta_l\theta_k = c\sum_{l=0}^{n}\left(E(\tilde{r}_l)\theta_l - r_0\theta_l\right)$$

kde na ľavej strane vystupuje rozptyl výnosností trhového portfólia a na pravej strane očakávaná výnosnosť trhového portfólia vynásobená konštantou c.

Pre trhové portfólio potom platí

$$\frac{E(\tilde{R}_M)-r_0}{D(\tilde{R}_M)} = 1/c \quad (6)$$

kde $\tilde{R}_M$ je výnosnosť trhového portfólia. Pri dosadení vzťahu (6) do (5) dostaneme vzťah známy ako CAPM

$$E(\tilde{r}_l) = r_0 + \frac{cov(\tilde{r}_l, \tilde{R}_M)}{D(\tilde{R}_M)}\left(E(\tilde{R}_M) - r_0\right)$$

resp.

$$E(\tilde{r}_l) = r_0 + \beta_l\left(E(\tilde{R}_M) - r_0\right)$$

Naším cieľom je kvantifikovať uvedený model z údajovej databázy RM-Systému. Preto uvedený tvar upravíme do tvaru regresnej rovnice, ktorá umožňuje štatistické vyhodnotenie

$$E(r_{lt,k}) = r_{0t,k} + \alpha_l + \beta_l\left[E(R_{Mt,k}) - r_{0t,k}\right] + u_{l,t} \quad (7)$$

kde

$E(r_{lt,k})$ – očakávaná k-denná výnosnosť l-tej akcie v čase t;

$E(R_{Mt,k})$ – očakávaná k-denná výnosnosť trhového portfólia v čase t;

$r_{0t,k}$ – bezriziková k-denná výnosnosť v čase t;

α_l, β_l – regresné koeficienty, ktoré odhadujeme z historických údajov;

$u_{l,t}$ – náhodná normálne rozdelená v čase neautokorelovaná veličina s nulovou strednou hodnotou a konštantným rozptylom.

Výnosnosť akcie a trhového portfólia považujeme za stochastické veličiny.

Ak za meradlo rizika považujeme disperziu náhodnej veličiny, potom pre disperziu $D(.)$ k-denných výnosností l-tej akcie v čase t platí

$$D\left(r_{lt,k}\right) = \beta_{li}^{2} D\left(R_{Mt,k}\right) + u_{lt}^{2} \tag{8}$$

Prvý sčítanec vo vzťahu (8) predstavuje *systematické (trhové) riziko* a druhý sčítanec predstavuje *nesystematické riziko*. Beta koeficient sa tak stáva meradlom systematického rizika.

Ak je beta väčšia ako 1, akcia má vyššie ako priemerné trhové systematické riziko. Ak je beta z intervalu (0;1), akcia má menšie ako priemerné trhové riziko. Trhové portfólio má beta rovné 1 a bezriziková investícia má beta rovné nule.

Rozdiel medzi výnosnosťou, ktorú možno od cenného papiera očakávať pri danej hodnote beta faktora, a výnosom, ktorý by sa mal dosiahnuť na dokonalom trhu pri rovnakom faktore beta (t. j. na priamke kapitálového trhu), sa meria pomocou tzv. faktora alfa.

Koeficient alfa vyjadruje odchýlku, v akej sa cena cenného papieru odlišuje od ceny, ktorá by sa mala dosiahnuť na rovnovážnom trhu. Inými slovami, určuje výšku mimoriadnej výnosnosti jednotlivých cenných papierov. Myšlienka spočíva v porovnaní očakávanej výnosnosti cenného papiera a rovnovážne očakávanej výnosnosti cenného papiera.

Pre rôzne hodnoty alfa platí:

- Ak je hodnota alfa kladná, cenný papier je podhodnotený. Očakáva sa, že ceny tohto cenného papiera klesnú, čo je krátkodobý signál pre nákup.
- Ak je hodnota alfa nulová, cenný papier je správne ohodnotený.
- Ak je hodnota alfa záporná, cenný papier je nadhodnotený a je to teda krátkodobý signál pre predaj.

V prípade efektívnosti kapitálového trhu by sa odhady alfa nemali štatisticky významne odlišovať od nuly. Z hľadiska stability je koeficient alfa veľmi nestabilný, a keďže my chceme pracovať s krátkymi časovými radmi, nebudeme sa ním ďalej zaoberať.

5. Empirické výsledky

Pri kvantifikácii CAPM metódou najmenších štvorcov sa v literatúre vychádza z dlhších časových radov, pričom najčastejšie sa používajú mesačné výnosnosti cenných papierov. To však v slovenských podmienkach nie je možné z dôvodov krátkej histórie organizovaného trhu s cennými papiermi, častých legislatívnych zmien, zmien vo vlastníckych vzťahoch a pod. V slovenských podmienkach sú k dispozícii denné časové rady, ktoré môžeme len v niektorých úsekoch z hľadiska prostredia považovať za homogénne, a teda vhodné na modelovanie.

Jeden zo základných problémov predstavuje vhodná voľba počtu pozorovaní p časového radu, ktorý sa stáva základom kvantifikácie CAPM, ktorú sa pokúsime vyriešiť.

V práci sa opierame o výskum, ktorý uskutočnili A. W. Lo a A. C. MacKinlay [18, s. 249 – 284], ako aj M. Goppl, C. Schlag, T. Ludecke a H. Schutz [12]. Títo autori analyzovali faktorové modely, resp. CAPM v závislosti od dĺžky denných časových radov.

Ak máme k dispozícii 297 pozorovaní, potom celočíselná časť podielu $297/p$ nám určuje počet neprekrývajúcich sa období s p pozorovaniami, za ktoré môžeme kvantifikovať CAPM.

Pri kvantifikácii modelu uvažujeme s minimálnym počtom piatich pozorovaní a s maximálnym počtom 49 pozorovaní. Autori Lo, MacKinlay pri riešení obdobného problému uprednostňujú regresné modely s maximálnou hodnotou koeficientu determinácie. Keďže však v našom prípade zvažujeme modely s extrémne malým počtom pozorovaní, budeme sa rozhodovať podľa korigovaného koeficientu determinácie zohľadňujúceho počet stupňov voľnosti, ktorý vyjadríme podľa vzorca

$$\overline{R}^2 = 1 - \left(1 - R^2\right)\frac{p-1}{p-2}$$

kde

R^2 – koeficient determinácie

p – počet pozorovaní.

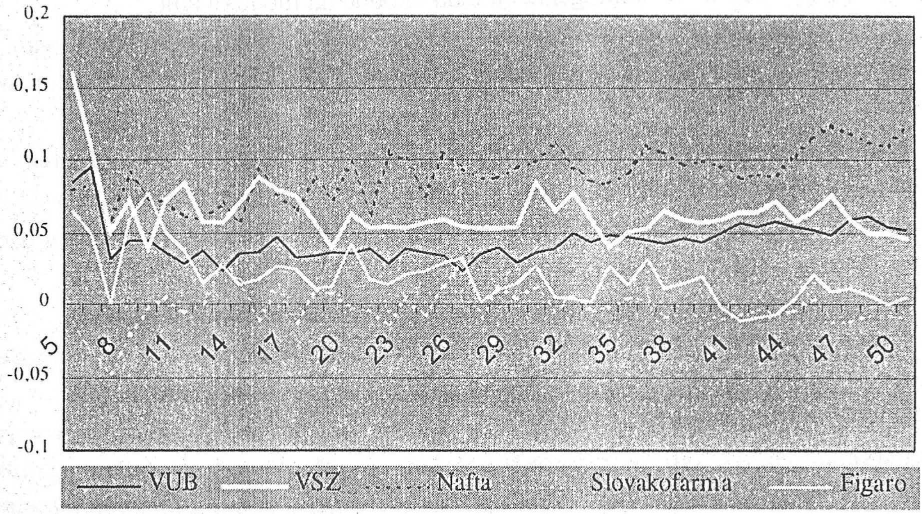
Vývoj upravených koeficientov determinácie v závislosti od dĺžky obdobia je znázornený na obrázku 2. Korigované koeficienty determinácie však na obrázku nevykazujú jednoznačný trend vývoja a na základe toho možno povedať, že voľba optimálnej dĺžky obdobia pre kvantifikáciu CAPM nie je jednoznačná.

Kritériom výberu optimálneho počtu pozorovaní bol potom maximálny priemerný korigovaný koeficient determinácie vypočítaný metódou jednoduchého aritmetického priemeru za všetkých 5 akcií. Tento ukazovateľ však taktiež nemal jednoznačný priebeh, a preto sme ho vyhladili metódou kĺzavých priemerov. Výsledky sú uvedené na obrázku 3.

Pri voľbe optimálnej dĺžky obdobia sa potom dostávame k podobným výsledkom, ku ktorým sa dopracoval V. Gazda [10], ktorý za optimálnu dĺžku časového radu považoval 5 dní. Toto tvrdenie je dokumentované na obrázku 3.

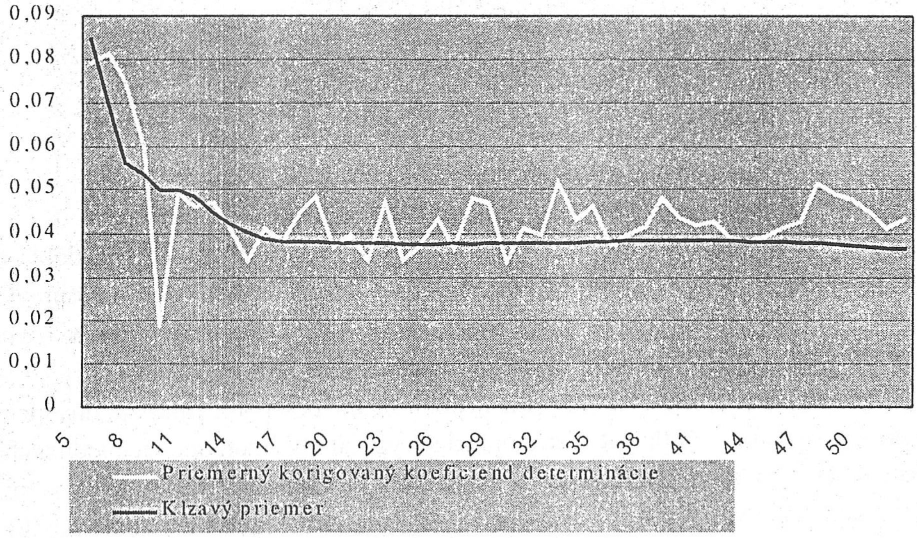
Obrázok 2

Korigovaný koeficient determinácie piatich akciových spoločností v závislosti od dĺžky obdobia



Obrázok 3

Priemerný a vyhladený priemerný korigovaný koeficient determinácie



V ďalšej analýze sa vrátime ku kvantifikácii CAPM s pomocou týždenných výnosností. Zvolili sme tu 2 prístupy:

- kvantifikácia CAPM jednotlivých akcií v 5 variantoch podľa dňa v týždni, kde

$$r_{it,k}^{d} = r_{0t,k}^{d} + \alpha_i^d + \beta_i^d \left(r_{It,k}^{d} - r_{0t,k}^{d} \right) + u_{it,5}^{d}$$

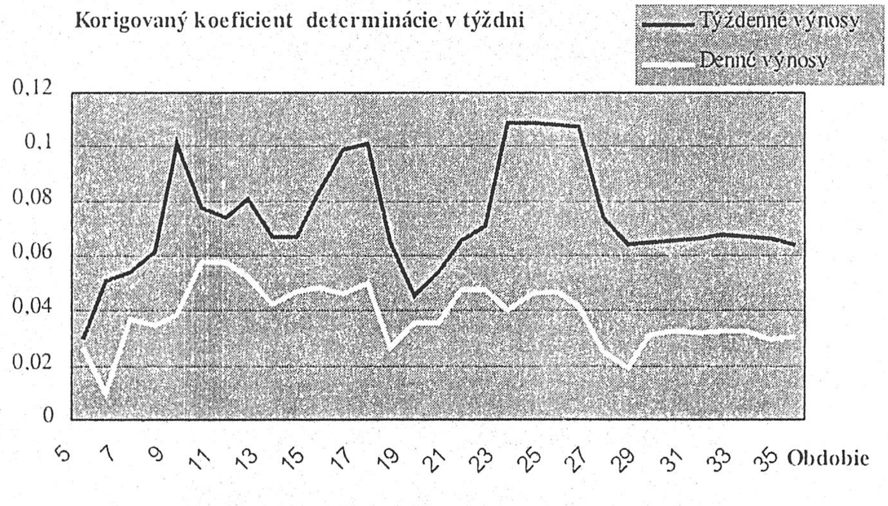
kde $d \in \{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$, čo je d-ty variant CAPM platný pre d-ty deň v týždni, t. j. pondelok, utorok, streda, štvrtok a piatok; v tomto prístupe $k = 1$, t. j. vychádzame z denných výnosov;

- kvantifikácia CAPM jednotlivých akcií v 5 variantoch podľa dňa v týždni ako v predchádzajúcom prípade, ale s $k = 5$, t. j. vychádzame z týždenných výnosov.

V obidvoch prípadoch sme opäť vychádzali z rozličných dĺžok neprekrývajúcich sa úsekov časových radov. Pri výpočte priemerných korigovaných koeficientov determinácie za všetkých 5 podnikov sme zistili, že CAPM kvantifikovaný druhým spôsobom poskytuje pri ľubovoľnej dĺžke časového radu upravené koeficienty determinácie s vyššími hodnotami ako pri CAPM kvantifikovanom prvým spôsobom (pozri obr. 4). Preto sa v ďalšej analýze zameriame na kvantifikáciu CAPM osobitne za jednotlivé dni týždňa, pričom budeme využívať týždenné výnosy.

Obrázok 4

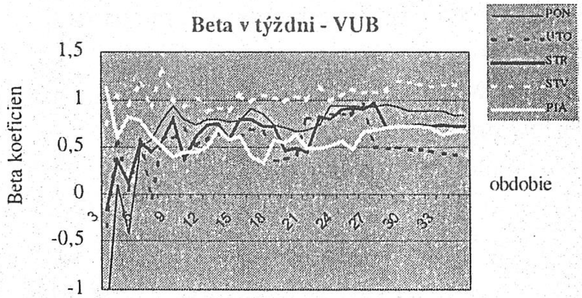
Porovnanie priemerného korigovaného koeficientu determinácie počítaného z týždenných a denných výnosov

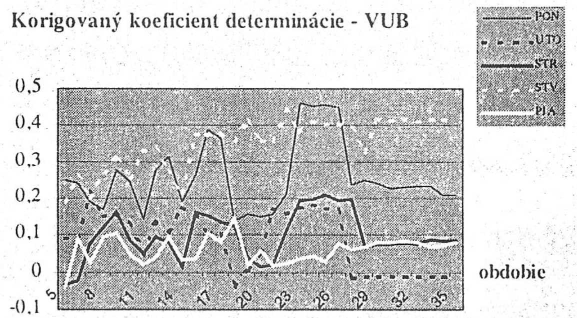


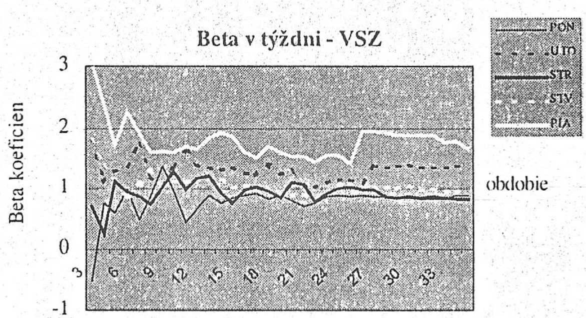
Pri voľbe počtu pozorovaní, z ktorých robíme odhad regresných koeficientov CAPM, zvolíme 10 pozorovaní, čo síce neposkytuje najvyšší priemerný upravený koeficient determinácie z obrázku 4, ale pri 5-dennom sezónnom vývoji akcií (ako sme ukázali pri skúmaní autokorelačnej funkcie výnosností burzového indexu RMS100) by dĺžka časového radu, z ktorého budeme odhadovať parametre CAPM, bola 10 pozorovaní , čo pri týždenných výnosoch predstavuje 50 pracovných dní. O dlhších časových radoch z dôvodov uvedených v úvodných častiach príspevku neuvažujeme.

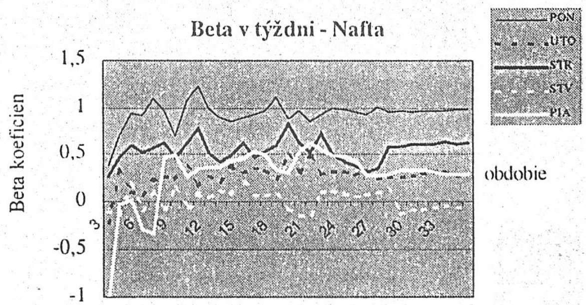
Obrázok 5

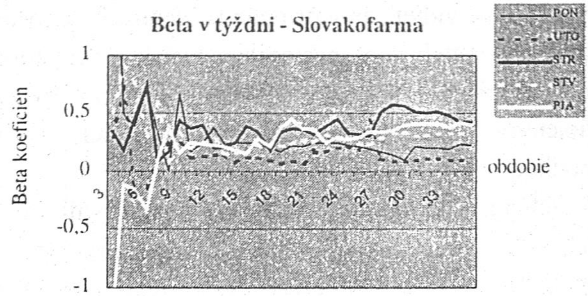
Koeficienty beta a korigované koeficienty determinácie v prípade kvantifikácie CAPM z týždenných výnosov

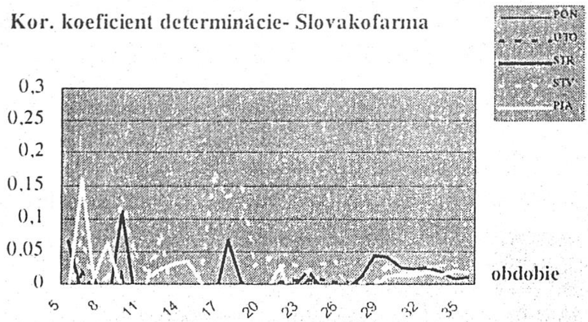


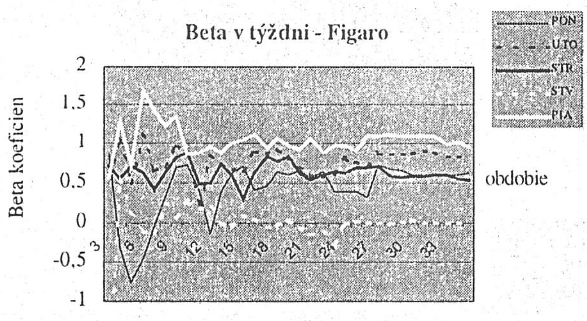


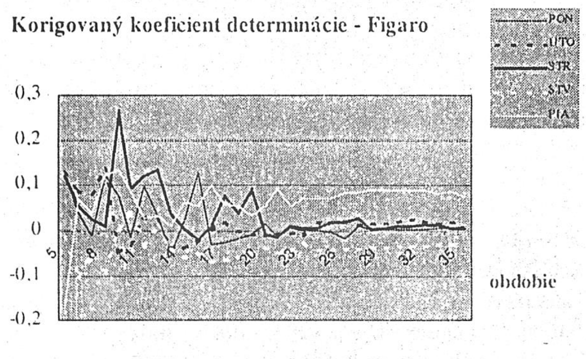












Na obrázku 5 sú znázornené upravené koeficienty determinácie a beta koeficienty za nami skúmané akcie počítané z týždenných výnosov za jednotlivé dni v týždni osobitne. Môžeme vidieť, že v prípade týždenných výnosov sú beta koeficienty v najkratších obdobiach dosť nestabilné, avšak s nárastom počtu období, ktoré vstupujú do kvantifikácie modelu CAPM, nad hodnotu 10 dochádza k stabilizácii beta koeficientov. Pondelkový, resp. štvrtkový efekt výnosností akcií sa premieta do beta odhadov regresných koeficientov.

Autori Goppl, Schlag, Ludecke a Schutz [12] analyzovali veľkosť beta koeficientov počítaných z denných časových radov. Ich výskum vyústil do záveru, že beta koeficienty s nárastom dĺžky obdobia, za ktoré počítali výnosnosť, rástli. Uvedené obdobie menili od 1 dňa do 120 dní, pričom ich vrchná hranica je ale za hranicou nášho skúmania. Zostaneme preto pri krátkom 10 dennom období.

Záver

Predložená analýza poukazuje na prítomnosť pondelkového efektu (*Monday effect*) v analýze výnosností slovenského burzového indexu RMS100. Piatkový efekt sa síce neobjavil, ale dosť prekvapivo sa presunul do štvrtka, keď ceny na burze rástli. Na základe tejto skutočnosti bola namieste otázka, či beta koeficienty CAPM počítané z krátkych denných časových radov budú tiež pod vplyvom sezónnosti, alebo nie. Pri analýze piatich veľkých spoločností sa však štatisticky významné vplyvy sezónnosti neprejavili, a preto možno predpokladať, že tento jav platí aj pre ostatné veľké spoločnosti na Slovensku.

Došlo 4. 5. 2001

Literatúra

[1] BOLLERSLEV, T.: Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. Journal of Econometrics, *31*, 1986, s. 307 – 327.

[2] BOLLERSLEV, T. – CHOU, R. – KRONER, K.: ARCH Modelling in Finance. Journal of Econometrics, *52*, 1992, s. 5 – 59.

[3] BOX, G. – JENKINS, G.: Time Series Analysis, Forecasting and Control. San Francisco: Holden Day 1976.

[4] BRENNAN, M.: Taxes, Market Valuation and Corporate Financial Policy. National Tax Journal, *23*, 1970, s. 417 – 427.

[5] CAMPBELL, J. Y. – LO, A. W. – MacKINLEY, A. C.: The Econometrics of Financial Markets. New Jersey: Princeton University Press 1997.

[6] ENGLE, R. F.: Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U. K. Inflation. Econometrica, *50*, 1982, s. 987 – 1008.

[7] FAMA, E. – FRENCH, K.: The Cross-Section of Expected Returns. Journal of Finance, *47*, 1992, s. 427 – 466.

[8] FAMA, E.: The Behaviour of Stock Market Prices. Journal of Business, *38*, 1965, s. 34 – 105.

[9] FRENCH, K. R.: Stock Returns and the Weekend Effect. Journal of Financial Economics, 1980, č. 8, s. 55 – 69.

[10] GAZDA, V.: Optimálna štruktúra portfólia. [PhD. práca.] Bratislava: Fakulta hospodárskej informatiky EU v Bratislave 1998.

[11] GIBBONS, M. R. – HESS, P.: Day of the Week Effects and Asset Returns. Journal of Business, *54*, 1981, s. 579 – 596.

[12] GOPPL, H. – SCHLAG, C. – LUDECKE, T. – SCHUTZ, H.: The German Equity Market Risk, Return and Liquidity. [Discussions Paper, No. 183.] Universität Karlsruhe: Institut für Entscheidungstheorie und Unternehmensforschung, 2000; http://finance.wiwi.uni-karlsruhe.de/forschung/publikationen/dp183.pdf

[13] KAMATH, R. R. – CHAKORNPIPAT, R. – CHATRATH, A.: Return Distributions and the Day-of-the-Week Effects in the Stock Exchange of Thailand. Journal of Economics and Finance, *22*, 1998, s. 97 – 107.

[14] KEIM, D. B. – STAMBAUGH, R. F.: A Further Investigation of the Weekend Effect in Stock Returns. Journal of Finance, *39*, 1984, s. 819 – 837.

[15] KEIM, D.: Size – Related Anomalies and Stock Return Seasonality – Further Empirical Evidence. Journal of Financial Economics, 1983, č. 12, s. 13 – 32.

[16] LAKONISHOK, J. – SCHMIDT, S.: Are Seasonal Anomalies Real? A Ninety-Year Perspective. Review of Financial Studies, 1988, č. 1, s. 403 – 423.

[17] LINTNER, J.: The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. Review of Economics and Statistics, *47*, 1965, s. 13 – 37.

[18] LO, A. W. – MacKINLAY, A. C.: A Non-Random Walk Down the Street. New Jersey: Princeton University Press 1999.

[19] LONG, J.: Efficient Portfolio Choice with Differential Taxation of Dividends and Capital Gains. Journal of Financial Economics, 1977, č. 5, s. 25 – 53.

[20] MARKOWITZ, H.: Portfolio Selection. Journal of Finance, 1952, č. 7, s. 77 – 91.

[21] MILLS, T. C.: The Econometric Modelling of Financial Time Series. Cambridge: Cambridge University Press 2000.

[22] MLYNAROVIČ, V.: Multiple Criteria Approaches in Portfolio Selection Models. [Working Paper, No. 8.] Bratislava: Faculty of Economic Informatics, University of Econo-mics in Bratislava 1993.

[23] MLYNAROVIČ, V.: Výber optimálneho portfólia v diskrétnej ekonomike. Ekonomický časopis/Journal of Economics, *47*, 1999, č. 3, s. 414 – 455.

[24] PAGAN, A.: The Econometrics of Financial Markets. Journal of Empirical Finance, 1996, č. 3, s. 15 – 102.

[25] PEARCE, D. K.: The Robustness of Calendar Anomalies in Daily Stock Returns. Journal of Economics and Finance, *20*, 1996, s. 69 – 80.

[26] ROSS, S.: The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. Journal of Economic Theory, *13*, 1976, s. 341 – 360.

[27] SHARPE, W. F.: Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. Journal of Finance, *19*, 1964, s. 425 – 445.

[28] TOBIN, J.: Liquidity Preference as Behaviour towards Risk. Review of Economic Studies, *25*, 1969, s. 65 – 86.

[29] VARIAN, H. R.: Microeconomic Analysis. New York: Norton 1992.

Prílohy

Tabuľka 1

Údaje o beta koeficientoch vypočítaných na základe týždenných výnosností pri dĺžke časového radu 10 pozorovaní

Akcia	Deň	Min	Max	Priemer	Rozptyl	Štandardná odchýlka
VÚB	Pon.	−1.2608	0.9506	0.6919	0.1941	0.4406
	Uto.	−0.3427	0.9509	0.5266	0.0687	0.2621
	Str.	−0.1607	0.9691	0.6421	0.0547	0.2339
	Štv.	0.7302	1.3103	1.0455	0.0133	0.1153
	Pia.	0.3358	1.1309	0.6064	0.0225	0.1501
VSŽ	Pon.	−0.5325	1.3720	0.7839	0.0804	0.2836
	Uto.	1.0253	1.8034	1.3043	0.0315	0.1774
	Str.	0.2417	1.2850	0.9154	0.0332	0.1822
	Štv.	0.7942	1.8026	1.0537	0.0313	0.1770
	Pia.	1.4136	3.0891	1.7889	0.1006	0.3171
Nafta Gbely	Pon.	0.3715	1.2387	0.9397	0.0207	0.1438
	Uto.	−0.2436	0.4694	0.2660	0.0147	0.1214
	Str.	0.2553	0.8299	0.5466	0.0155	0.1245
	Štv	−0.1558	0.1822	0.0079	0.0108	0.1039
	Pia.	−1.0842	0.6285	0.2780	0.1063	0.3261
Slovakofarma	Pon.	−0.0094	2.6036	0.3185	0.1881	0.4337
	Uto.	−0.1974	0.7256	0.1323	0.224	0.1497
	Str.	0.0712	0.7280	0.3676	0.0189	0.1377
	Štv.	0.0614	0.8958	0.3098	0.0269	0.1639
	Pia.	−1.2821	0.4370	0.2048	0.1018	0.3191
Jacobs	Pon.	−0.7649	0.8625	0.4222	0.1381	0.3717
Suchard	Uto.	0.2050	1.1146	0.7705	0.0307	0.1752
Figaro	Str.	0.3021	0.8730	0.6223	0.0150	0.1223
	Štv.	−1.9591	0.5306	−0.0422	0.1381	0.3716
	Pia.	0.5662	1.6870	1.0389	0.0405	0.2014

Tabuľka 2

Údaje o beta koeficientoch vypočítaných na základe denných výnosností pri dĺžke časového radu 10 pozorovaní

Akcia	Deň	Min	Max	Priemer	Rozptyl	Štandardná odchýlka
VÚB	Pon.	0.2818	0.7287	0.4632	0.0078	0.0881
	Uto.	0.9804	1.7777	1.2644	0.0330	0.1816
	Str.	–0.5306	0.4294	–0.1891	0.0672	0.2593
	Štv.	0.1023	0.7679	0.2545	0.0214	0.1464
	Pia.	0.4576	1.3562	0.9069	0.0409	0.2023
VSŽ	Pon.	–0.2863	0.3108	0.1219	0.0148	0.1216
	Uto.	–0.0366	3.0689	0.4876	0.2634	0.5132
	Str.	0.7649	1.9574	1.0768	0.0516	0.2272
	Štv.	–0.3751	0.8190	0.5224	0.0660	0.2569
	Pia.	0.6532	1.4316	1.0103	0.0316	0.1777
Nafta Gbely	Pon.	0.0568	0.4436	0.2553	0.0130	0.1139
	Uto.	0.0638	0.8648	0.4154	0.0651	0.2552
	Str.	–1.0883	0.5425	0.3401	0.1315	0.3626
	Štv.	–0.0313	1.0842	0.6487	0.0593	0.2436
	Pia.	–0.0786	0.8240	0.4557	0.0618	0.2485
Slovakofarma	Pon.	0.4906	1.0838	0.6787	0.0316	0.1777
	Uto.	–2.1716	–0.1716	–0.5603	0.1376	0.3710
	Str.	0.2968	1.1898	0.6924	0.0835	0.2890
	Štv.	–1.4134	–0.3853	–0.7196	0.0450	0.2121
	Pia.	–0.4818	0.6100	–0.0308	0.0496	0.2227
Jacobs	Pon.	–0.1014	1.9060	0.3064	0.2082	0.4563
Suchard	Uto.	0.0198	1.1938	0.3445	0.0823	0.2869
Figaro	Str.	–2.6061	0.4230	–0.4605	0.2754	0.5248
	Štv.	0.5080	2.0794	0.9181	0.1364	0.3693
	Pia.	–1.4527	0.1263	–0.6783	0.1559	0.3949

ESTIMATION OF BETA COEFFICIENTS FOR CAPM USING DAILY TIME SERIES

Vladimír GAZDA

The main topic of most financial theories is modelling of return-risk compromise in investments decision. One of the most famous financial theories is CAPM (Capital Asset Pricing Model) discovered by William Sharpe (1963). Its main idea is modelling of return-risk relation among a particular stock, market portfolio and a risk-free asset. The CAPM is used to evaluate the stock risk.

The CAPM is given by the equation

$$E(r_I) - r_0 = \alpha_I + \beta_I\left(E(R_{MI}) - r_0\right)$$

where

$E(.)$ – an expectation operator,

r_I – return of the I-th stock,

r_0 – a risk-free return,

R_{MI} – a return of the market portfolio,

α_I, β_I – parameters of the model.

There are some objections against this model. A variety of statistical empirical tests discovered a systematic error in the model. The neglecting of the dividend taxing is criticised by Brennan (1970) and Long (1977). It was discovered that the returns in January are higher than in the other moths and it is called the January effect (Keim (1983)). The original CAPM does not take into account the influence of joint stock company size later researched by Fama and French (1992). The objections led to the modifications of CAPM (for example modifications of Merton, Brennan, Rubinstein, Breeden).

Usually the monthly time series with many observations is applied for quantification of CAPM. Despite of the above-mentioned fact it is impossible to use the longer series in Slovak conditions due to the financial instability of Slovak firms, frequent legislative changes in the capital market and non-standard privatisation of Slovak stock companies. In order to avoid this systematic error in time series an alternative approach is proposed in the article. The problem of an appropriate time series length based on daily returns is investigated and its seasonal behaviour is also researched.

We used the database of RM System from the period January 1994 – April 1995. At first, we analysed the daily data and we found their seasonal structure given by the traditional *Monday effect*. The *Friday effect* was not statistically significant but on Thursdays the prices were moving according to *Friday effect*. We assumed that this character of seasonality would influence the estimations of beta coefficients in CAPM.

We chose 5 joint stock companies which shares amounted large turnover of stock exchange during that period. We compared the results of CAPM quantification based on daily and weekly returns. We found out that weekly returns were more appropriate for this quantification.

Due to the seasonal effect research we had to formulate a particular CAPM for each day in week separately. Then, the results were mutually compared. Finally, we concluded that there were not significant differences between betas computed in each day of the week. The differences between beta coefficients were not statistically significant and formulation of seasonal CAPM for each day in the week has no importance. According to our results we can reject using of daily returns and substitute it by weekly returns by quantification of beta where the separate parameters estimation performed according to day of the week is not necessary. The similar conclusion is presented also by Goppl. Schlag, Ludecke and Schutz (2000).